MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DES ŒUVRES UNIVERSITAIRES **(DGES)**

DIRECTION DE L'ORIENTATION ET DES EXAMENS **(DOREX)**

Institut National Polytechnique
Félix Houphouët – Boigny
SERVICE DES CONCOURS

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

Concours GMEC session 2013

Composition : Physique 2 (électricité, optique)

Durée : 4 Heures

Cette épreuve comporte 2 parties : l'électricité et l'optique. Les sous-parties A et B de l'électricité sont indépendantes. Elles seront traitées séparément. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il aura été amené à prendre .On attachera un grand soin à la présentation des copies.

I. ÉLECTRICITÉ

A. Électromagnétisme

1. Rappeler les équations de Maxwell dépendant des sources. Donner leurs noms

2. Etablir les formes intégrales de ces équations. Donner leurs noms

On considère deux plans parfaitement conducteurs P et P' infinis, parallèles, situés à la distance d l'un de l'autre et symétriques par rapport à l'axe OZ. On étudie une onde électromagnétique, se propageant dans le vide entre ces deux plans dans la direction de OZ et telle que son champ électrique reste parallèle aux deux plans. On posera que celui-ci est de la forme complexe :

$$\vec{E} = E(x)e^{j(\omega t - kz)}\,\overrightarrow{u_y}$$

3. Caractériser ce champ et présenter un schéma clair où figurent les axes et les plans P et P'.

Compte tenu de la forme complexe du champ électrique choisi, l'opérateur nabla $(\vec{\nabla})$ s'écrira symboliquement : $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\overrightarrow{u_x} - jk\,\overrightarrow{u_z}$

4. En utilisant cette notation et l'équation de Maxwell-Faraday, déterminer la forme complexe du champ magnétique $\vec{B}$ en fonction de t, x, z. Comment peut-on qualifier l'onde étudiée ?

5. Toujours en utilisant l'opérateur nabla ci-dessus, écrire l'équation de Maxwell-Ampère et en déduire l'équation différentielle (I) vérifiée par $E(x)$. Les deux autres équations de Maxwell sont-elles vérifiées ? par $\vec{E}$ et $\vec{B}$?

6. Résoudre l'équation (I). Montrer qu'on trouve plusieurs modes de propagation possibles et que chacun d'eux n'existe que si la pulsation de l'onde est supérieure à une valeur que l'on déterminera.

7. Déterminer la vitesse de phase V_φ et la vitesse de groupe V_g. Commenter. Donner l'allure de ces deux vitesses en fonction de ω.

8. On ne considère plus, pour une pulsation donnée, que le mode dont le vecteur d'onde a le module le plus grand. Quel est ce mode. Écrire les expressions correspondantes de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ d'abord en notation complexe, puis en notation réelle.

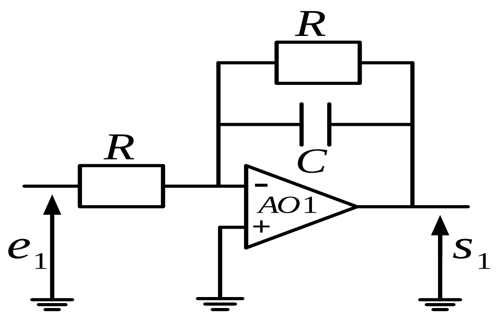
9. Pour ce mode :
   9.1. Déterminer les valeurs moyennes du vecteur de Poynting et de la densité volumique d'énergie électromagnétique en un point situé entre P et P'.
   9.2. Calculer le flux énergétique moyen à travers une surface S perpendiculaire à OZ et de largeur h dans la direction de OY.
   9.3. Calculer l'énergie électromagnétique localisée en moyenne dans une tranche d'espace d'épaisseur dz et délimitée par deux surfaces telles que S. On justifiera la formule utilisée à l'aide d'un schéma montrant l'épaisseur dz et toute autre grandeur nécessaire.
   9.4. En déduire la vitesse V_e de propagation de l'énergie moyenne. Comparer là à la vitesse de groupe V_g.

B. *Électrocinétique*

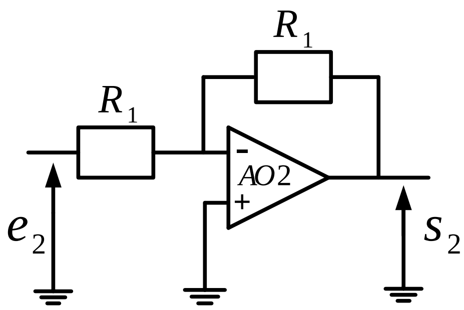
Tous les amplificateurs opérationnels (AO) utilisés dans ce problème sont idéaux.

1. Rappeler les hypothèses de l'amplificateur opérationnel idéal.
2. Définir le régime linéaire de l'amplificateur opérationnel.

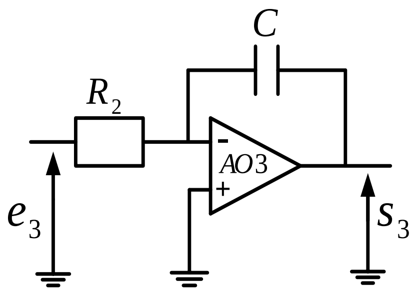
On considère les 3 circuits ci-dessous alimentés par une tension sinusoïdale de pulsation ω.



Circuit 1



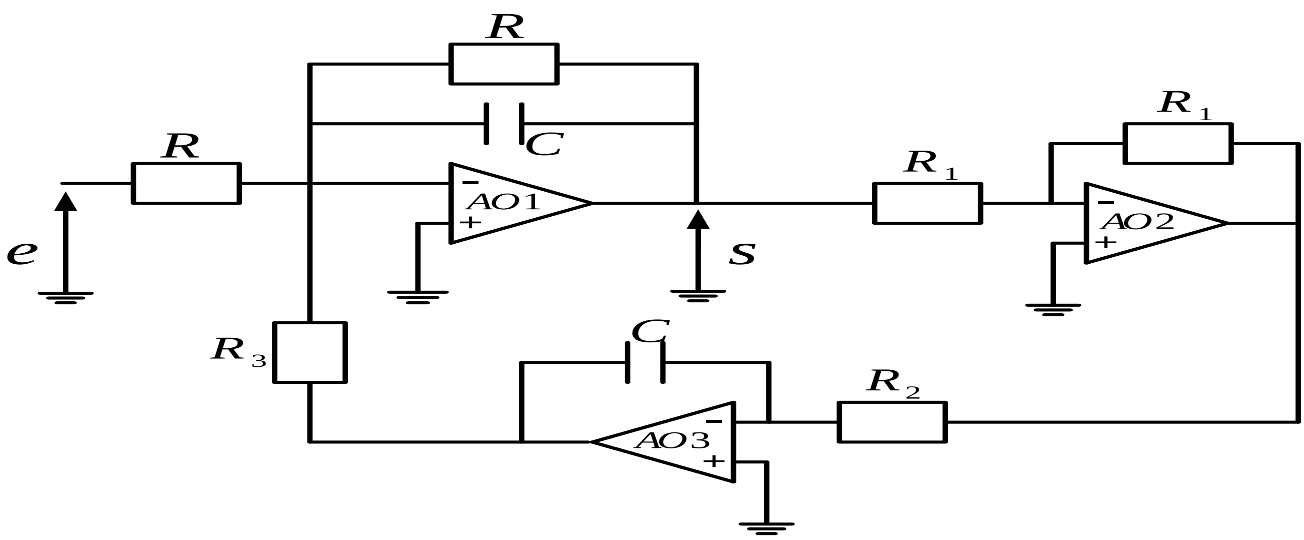
Circuit 2



Circuit 3

3. Calculer les fonctions de transfert complexes des 3 circuits.

Les trois circuits sont associés suivant le schéma ci-dessous :



4. Calculer la fonction de transfert de l'ensemble. Montrer qu'elle est de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{-H_0}{1 + j\omega a + \frac{b}{j\omega}}$$

Où H_0, a et b font intervenir les éléments constitutifs du circuit.

5. Montrer que le filtre obtenu est un filtre passe-bande.

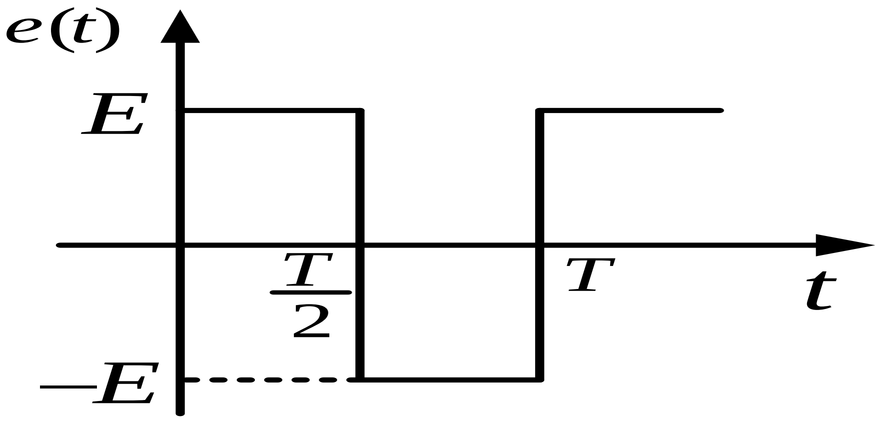
6. Calculer la pulsation ω_0 de résonance de ce filtre.

7. Déterminer la bande passante à $-3\ dB$ ainsi que le facteur de qualité $Q = \omega_0/\Delta\omega$. Montrer que :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

8. ***<u>Application numérique</u>*** : $C = 680\ nF$; $R_2 = R_3 = 47\ \Omega$; $R = 6{,}8\ k\Omega$. Donner l'allure de la courbe de gain réel $H_{dB} = f(\log(\omega/\omega_0))$.

On se propose de déterminer la réponse de ce circuit à un signal carré d'amplitude $E = 10V$, de fréquence $f = 1650\ Hz$.



La tension carrée e, fonction périodique, peut être décomposée en série de Fourier :

$$e = a_0 + a_1 \sin\omega t + b_1 \cos\omega t + a_2 \sin 2\omega t + b_2 \cos 2\omega t + \cdots + a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t + \cdots$$

9. Quelle est la valeur de a_0 ?

10. Que valent les coefficients b_n ?

On donne pour :

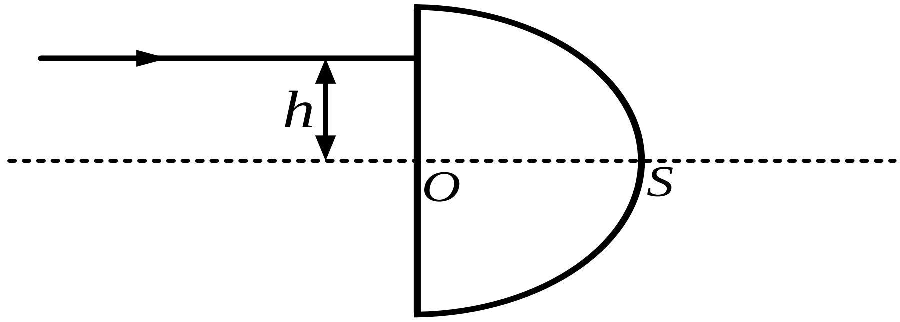
$$n \neq 0 :\ a_n = \frac{2E}{n}[1 - (-1)^n].$$

11. Quelle est l'amplitude du fondamental ? des harmoniques 3 et 5 ?

12. Caractériser le signal obtenu en sortie du filtre : nature, fréquence, amplitude.

II. OPTIQUE

Une demi-sphère en verre d'indice $n = 1{,}62$ de centre O, de sommet S et de rayon $R = OS = 8\ cm$ constitue une lentille demi-boule. Cette lentille, placée dans l'air dont l'indice de réfraction est $n_0 = 1$, est éclairée sur toute sa surface plane par un faisceau de lumière parallèle à l'axe de symétrie. On appelle h la distance d'un rayon lumineux à l'axe de symétrie.



1. Un rayon quelconque à la hauteur h coupe l'axe de symétrie en un point F après réfraction à travers le dioptre sphérique. Faire un schéma clair du trajet suivi par le rayon jusqu'au point F, on y fera notamment figurer les angles d'incidence i et de refraction r à travers le dioptre sphérique.
2. Calculer la hauteur h_0 au-delà de laquelle les rayons lumineux incidents ne se réfractent pas à travers le dioptre sphérique de la lentille (réflexion totale).
3. Pour $h < h_0$, exprimer la distance OF en fonction de h et des constantes du problème.
4. Calculer les valeurs limites OF_1 et OF_2 associées aux valeurs limites de h : $h = 0$ et $h = h_0$.
5. Un tel système peut-il être qualifié de stigmatique ? Expliquer.

Rappel : Dans un triangle quelconque le rapport du sinus d'un angle au sommet sur la longueur du coté qui lui est opposé est toujours le même quelque soit l'angle au sommet considéré.